

**В.П. Кондрахин /д.т.н./, В.С. Новосельцев**

ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (Донецк)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ВИБРОЩЕКОВОЙ ДРОБИЛКИ С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ КАМЕРЫ ДРОБЛЕНИЯ

*Выполнены экспериментальные исследования физической модели виброщековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления. Разработана математическая модель для моделирования рабочего процесса виброщековой дробилки, оценена ее адекватность.*

**Ключевые слова:** математическая модель, динамика, виброщековая дробилка, горизонтальная камера.

### Постановка проблемы

Основной проблемой при проектировании виброщековых дробилок является необходимость прогнозировать основные характеристики динамических процессов в рабочих режимах эксплуатации [1...5]. Решение данной проблемы возможно за счет разработки математических моделей, позволяющих исследовать процессы запуска, остановки и холостого хода виброщековой дробилки и выбирать ее рациональные параметры.

### Анализ последних исследований и публикаций

Разработанные математические модели и рекомендации [1...5] относятся к виброщековым дробилкам с вертикальной и наклонной камерами дробления, в которых дробимый материал перемещается под действием собственного веса. Эти результаты не могут быть непосредственно использованы для дробилок с горизонтальной камерой дробления, в которых перемещение материала в камере дробления происходит с постоянной скоростью с помощью скребкового конвейера.

### Цель (задачи) исследования

Целью исследования является разработка математической модели рабочего процесса виброщековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления и оценка ее адекватности путем сравнения с результатами экспериментальных исследований физической модели.

### Основной материал исследования

Экспериментальные исследования проводились на физической модели виброщековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления, разработанной и изготовленной АО

«Механобр-техноген» (г. Санкт-Петербург) в масштабе примерно 1:6. Методика исследований предусматривала определение динамических характеристик и собственных частот дробилки, регистрацию динамических процессов в узлах дробилки в переходных режимах пуска и стопорения, на холостом ходу и при дроблении кусков породы различной крепости и размеров.

Физическая модель виброщековой дробилки (рис. 1) состоит из дробящего устройства и скребкового конвейера, которые объединены в дробяще-транспортирующий блок (ДТБ).

ДТБ установлен на сварной раме 1 на четырех упругих опорах 2. На раме 1 жестко закреплены электродвигатель 3 привода вибратора и электродвигатель 4 с редуктором 5 привода скребкового конвейера.

Связь электродвигателя 3 с вибратором 6 и редуктора 5 с ведущей звездочкой 7 скребкового конвейера осуществляется при помощи упругих муфт 8 и 9, так как в процессе работы ДТБ совершает колебания относительно рамы 1.

Дробящее устройство состоит из верхней активной щеки 10 и нижней реактивной щеки 11, образующих горизонтальную камеру дробления. Верхняя щека 10 соединена с ДТБ при помощи торсиона, представляющего собой пакет упругих стальных пластин 12, и приводится в колебательное движение дебалансным вибратором 6.

В табл. 1 приведены основные параметры физической модели.

В соответствии с поставленными задачами в процессе экспериментальных исследований измерялись и регистрировались следующие величины: угловые перемещения  $\varphi_1$  верхней щеки относительно нижней щеки; горизонтальные  $S_2$  и вертикальные  $S_3$  и  $S_4$  перемещения характерных точек нижней щеки; мгновенные значения мощности электродвигателей вибратора  $P_6$  и

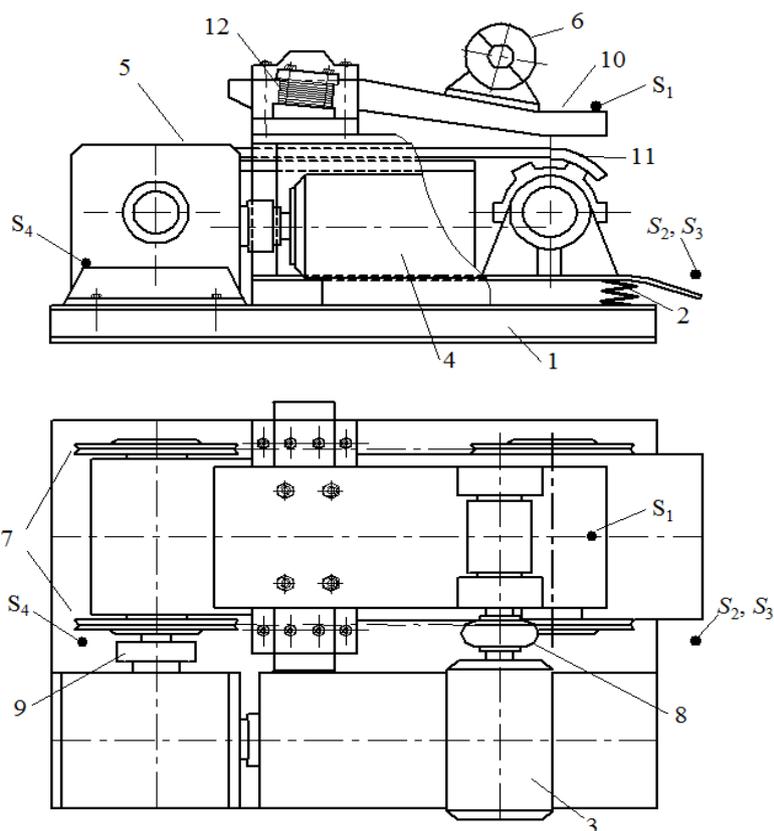


Рис. 1. Физическая модель виброщековой дробилки:

1 – рама; 2 – опоры; 3, 4 – электродвигатели; 5 – редуктор; 6 – вибратор; 7 – ведущая звездочка; 8, 9 – упругие муфты; 10 – активная щека; 11 – реактивная щека; 12 – пластины

конвейера  $P_m$ ; отметчик углового положения дебалансного вибратора. Перемещения измерялись при помощи тензобалочек  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4$ , расположение которых показано на рис. 1. Кроме указанных величин измерялись размеры и масса дробимых кусков породы, их крепость по шкале М.М. Протодьяконова, а также гранулометрический состав продукта. В процессе экспериментальных исследований определены упругие характеристики торсиона и упругих опор ДТБ. Установлено, что в первом приближении упругие элементы модели могут рассматриваться как линейные с коэффициентами жесткости для торсиона  $C_k=4,0$  кН·м, для одной опоры  $C_{oi}=64,3$  кН/м. Для определения собственных частот парциальных подсистем производилось осциллографирование свободных затухающих колебаний верхней щеки и ДТБ. Частота свободных колебаний верхней щеки составляет 13...13,5 Гц, частота свободных вертикальных колебаний ДТБ составляет примерно 7,1 Гц, а продольных колебаний – 3,4 Гц.

Экспериментальные исследования переходных режимов пуска и остановки дробилки показали, что в этих режимах амплитуды колебаний основных элементов существенно увеличиваются по сравнению с холостым ходом. Максималь-

ные значения амплитуды колебаний верхней щеки достигают при выбеге вибратора 0,047 рад. (11,8 мм на тензобалочке  $S_1$ ), и объясняется явлением прохождения системы через резонанс на частоте примерно 13 Гц. При холостом ходе дробилки амплитуды колебаний верхней щеки составляют 0,018 рад. (4,8 мм на тензобалочке  $S_1$ ), вертикальные колебания разгрузочного лотка имеют амплитуду 0,8...1,0 мм (тензобалочка  $S_3$ ), а продольные колебания – 0,3...0,35 мм (тензобалочка  $S_2$ ).

Табл. 1. Основные параметры физической модели виброщековой дробилки

№	Наименование показателей	Значение показателя
1	Производительность, м <sup>3</sup> /час	до 1
2	Крупность питания, мм	до 50
3	Размер приемного отверстия, мм	60×200
4	Ширина разгрузочной щели, мм	10
5	Угол захвата, град.	15
6	Частота колебаний, Гц	24
7	Номинальная мощность электродвигателей, кВт:	
	– вибратора	1,1
	– конвейера	1,1

В процессе экспериментов установлено наибольшее значение крепости по шкале проф. М.М. Протодяконова  $f=11...12$  породы, которая может быть раздроблена без расклинивания верхней щеки, а также наибольшая возможная производительность около 250 кг/час для пород крепостью  $f=5$ , что примерно в 4 раза меньше теоретической производительности, определяемой по номинальной площади выходной щели и скорости цепи конвейера. Дальнейшее повышение производительности питателя приводит к расклиниванию щеки дробилки.

Удельные энергозатраты при дроблении находятся в диапазоне 0,7...1,5 кВт·ч/т. Гранулометрический состав продукта характеризуется большим содержанием кусков породы, размеры которых превышают номинальную ширину разгрузочной щели (10 мм). Так, выход класса +13 мм в продукте достигает 66 %. Это объясняется существенным увеличением среднего размера выходной щели при виброударном дроблении за счет отклонения активной щеки вверх (явление увода [6]).

Наибольшие перемещения и нагрузки формируются в режимах дробления породы. Максимальное отклонение верхней щеки достигает 0,112 рад., а максимальная амплитуда – 0,075 рад. (соответственно 34 мм и 23 мм на тензобалочке  $S_1$ ). Максимальные амплитуды колебаний разгрузочного лотка ДТБ достигают в вертикальном направлении 7,9 мм, а в горизонтальном (продольном) – 1,25 мм. Максимальное значение мощности электродвигателя вибратора – 790 Вт, а транспортирующего устройства – 350 Вт.

Полученные результаты использованы для оценки адекватности разработанной математической модели виброщечковой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления.

При разработке расчетной схемы и математической модели приняты следующие допущения:

- все упругие и диссипативные связи рассматриваются как линейные;
- не учитываются радиальные усилия, возникающие в упругих муфтах;
- центр масс системы не изменяет своего положения в системе координат, связанной с дробильно-транспортирующим блоком;
- нижняя и верхняя щеки абсолютно жесткие;
- не учитываются колебания в поперечном направлении, то есть рассматривается плоская задача;
- не учитываются динамические свойства электродвигателя вибратора.

Расчетная динамическая схема дробилки представлена на рис. 2.

На ее основе разработана математическая модель для исследования режимов пуска, холостого хода, останова и заклинивания щеки абсолютно жестким недробимым предметом. Приняты следующие обобщенные координаты  $\varphi_1, \varphi_2$  – углы поворота, соответственно, верхней щеки относительно нижней и нижней щеки относительно неподвижной системы координат;  $x, y$  – горизонтальные и вертикальные перемещения центра масс  $O_2$  нижней щеки. На рисунке  $O_1$  – центр масс верхней щеки с вибратором.

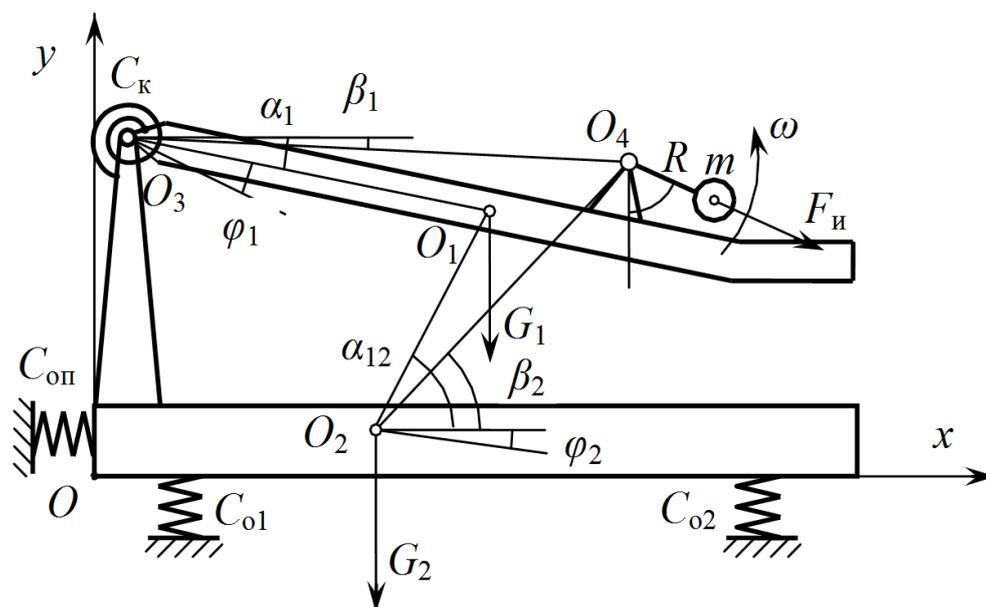


Рис. 2. Расчетная динамическая схема дробилки

Введем обозначения  $O_1O_3=l_1$ ,  $O_3O_4=l_2$ ,  $O_2O_4=l_3$ ,  $O_1O_2=l_{12}$ . Используя теорему Кёнига, получим выражение для кинетической энергии системы:

$$T = 0,5(I_{1uu}\dot{\varphi}_1^2 + I_{02}\dot{\varphi}_2^2 + M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + 2I_{12}\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 + 2A_{1x}\dot{\varphi}_1\dot{x} + 2A_{2x}\dot{\varphi}_2\dot{x} + 2A_{1y}\dot{\varphi}_1\dot{y} + 2A_{2y}\dot{\varphi}_2\dot{y}), \quad (1)$$

где  $I_{1uu}$  – массовый момент инерции верхней щеки относительно оси  $O_3$ ;  $I_{02}$  – массовый момент инерции всего дробильно-транспортирующего блока относительно оси  $O_2$ ;

$$I_{12} = I_1 + m_1l_1l_{12} \cos(\alpha_1 - \alpha_{12}),$$

$$A_{1x} = m_1l_1 \sin \alpha_1; A_{2x} = m_1l_{12} \sin \alpha_{12},$$

$$A_{1y} = m_1l_1 \cos \alpha_1; A_{2y} = m_1l_{12} \cos \alpha_{12},$$

где  $M=m_1+m_2$  – масса ДТБ;  $m_1, m_2$  – масса, соответственно, верхней и нижней щек.

Следует отметить, что при определении инерционных характеристик дробилки должна учитываться масса расположенной на нижней щеке породы.

Потенциальная энергия системы записывается в виде:

$$П = 0,5\left(C_k\varphi_1^2 + C_{on}x^2 + \sum_{i=1}^n C_{oi}y^2 + \sum_{i=1}^n C_{oi}x_{oi}^2\varphi_2^2\right), \quad (2)$$

где  $C_k$  – коэффициент крутильной жесткости упругой связи между верхней и нижней щеками;  $C_{oi}$  – коэффициент жесткости  $i$ -й опоры в вертикальном направлении;  $C_{on}$  – коэффициент жесткости опор в продольном направлении;  $x_{oi}$  – координата опоры в системе координат с центром в точке  $O_2$ ;  $n$  – количество опор.

Диссипативная функция системы имеет вид:

$$\Phi = 0,5\left(\beta_k\dot{\varphi}_1^2 + \beta_{on}\dot{x}^2 + \sum_{i=1}^n \beta_{oi}\dot{y}^2 + \sum_{i=1}^n \beta_{oi}x_{oi}^2\dot{\varphi}_2^2\right), \quad (3)$$

где  $\beta_k$  – коэффициент сопротивления упругой связи между верхней и нижней щеками;  $\beta_{oi}$  – коэффициент сопротивления  $i$ -й опоры;  $\beta_{on}$  – коэффициент сопротивления опор в продольном направлении.

На систему действуют внешние силы веса  $G_1$  и  $G_2$  верхней и нижней щек, а также сила инерции  $F_u$  дебалансного вибратора:

$$F_u = \omega^2 mR. \quad (4)$$

Обобщенные силы, действующие на систему:

$$Q_x = F_u \sin \omega t,$$

$$Q_y = F_u \cos \omega t - G_1 - G_2,$$

$$Q_{\varphi_1} = F_u l_2 \cos(\omega t + \beta_1) - G_1 l_1 \sin \alpha_1,$$

$$Q_{\varphi_2} = F_u l_3 \cos(\omega t + \beta_2) - G_1 l_1 \cos \alpha_1. \quad (5)$$

Используя (1)...(5), с помощью уравнения Лагранжа II рода получим систему дифференциальных уравнений динамики дробилки:

$$\begin{cases} I_{1uu}\ddot{\varphi}_1 + I_{12}\ddot{\varphi}_2 + A_{1x}\ddot{x} + A_{1y}\ddot{y} + \beta_k\dot{\varphi}_1 + C_k\varphi_1 = \\ = F_u l_2 \cos(\omega t + \beta_1) + G_1 l_1 \sin \alpha_1; \\ I_{12}\ddot{\varphi}_1 + I_{02}\ddot{\varphi}_2 + A_{2x}\ddot{x} + A_{2y}\ddot{y} + \beta_2\dot{\varphi}_2 + C_2\varphi_2 = \\ = F_u l_3 \cos(\omega t + \beta_2) + G_1 l_{12} \sin \alpha_{12}; \\ A_{1x}\ddot{\varphi}_1 + A_{2x}\ddot{\varphi}_2 + M\ddot{x} + \beta_{on}\dot{x} + C_{on}x = F_u \sin(\omega t); \\ A_{1y}\ddot{\varphi}_1 + A_{2y}\ddot{\varphi}_2 + M\ddot{y} + \beta_y\dot{y} + C_y y = \\ = -F_u \cos(\omega t) - G_1 - G_2. \end{cases} \quad (6)$$

где

$$C_y = \sum_{i=1}^n C_{oi}, \quad C_2 = \sum_{i=1}^n C_{oi}x_{oi}^2,$$

$$\beta_y = \sum_{i=1}^n \beta_{oi}, \quad \beta_2 = \sum_{i=1}^n \beta_{oi}x_{oi}^2.$$

Для моделирования процессов запуска и останковки задавался линейный закон изменения угловой скорости вибратора  $\omega$ . Для численного интегрирования система (6) приводится к нормальному виду.

В случае попадания в камеру дробления абсолютно жесткого предмета, перемещающегося вдоль камеры со скоростью движения цепи скребкового конвейера, динамическая система становится виброударной. Для моделирования процесса заклинивания верхней щеки недробимым предметом принято допущение, что в момент удара скорость взаимодействующих тел изменяется мгновенно. Для обозначения скорости тел до удара используем индекс «д», а после удара – индекс «п».

Угловые скорости верхней щеки до и после удара согласно гипотезе Ньютона связаны соотношением:

$$\omega_{1n} = -K_2 \omega_{1\partial}, \quad (7)$$

где  $K_2$  – коэффициент восстановления скорости при ударе.

Угловая скорость нижней щеки после удара определяется исходя из закона сохранения момента количества движения:

$$\omega_{2n} = \omega_{2\partial} + \frac{I_1 \omega_{1\partial}}{I_1 + I_2} (1 + K_2), \quad (8)$$

где  $I_1, I_2$  – центральные массовые моменты инерции верхней и нижней щек.

Значения скоростей нижней щеки после удара определяются из условия сохранения количества движения:

$$\begin{aligned} \dot{y}_n &= \dot{y}_\partial - \frac{m_1(1+K_2)}{m_1+m_2} \times \\ &\times \left( l_1 \cos \alpha_1 - \frac{I_1 l_{12} \cos \alpha_{12}}{I_1 + I_2} \right) \omega_{1\partial}, \\ \dot{x}_n &= \dot{x}_\partial - \frac{m_1(1+K_2)}{m_1+m_2} \times \\ &\times \left( l_1 \sin \alpha_1 - \frac{I_1 l_{12} \sin \alpha_{12}}{I_1 + I_2} \right) \omega_{1\partial}. \end{aligned} \quad (9)$$

В процессе численного интегрирования системы уравнений (6) момент времени удара определялся путем проверки условия:

$$H_{12}(t) > H_n, \quad (10)$$

где  $H_{12}(t)$  – мгновенное значение высоты камеры в точке расположения недробимого предмета высотой  $H_n$ .

При нарушении условия (10) по выражениям (8) и (9) определяются значения скоростей после удара, которые служат начальными условиями для дальнейшего интегрирования системы (6).

Для оценки адекватности разработанной математической модели выполнено сравнение результатов натурного и вычислительного экспериментов в режиме колебаний без нагрузки (холостой ход). Установлено, что амплитуды угловых колебаний верхней щеки, полученные при компьютерном моделировании, отличаются от соответствующих экспериментальных значений на 18 %, амплитуды горизонтальных и вертикальных колебаний нижней щеки в точке установки тензобалочек  $S_2, S_3$  (рис. 1) отличаются от экспериментальных данных соответственно на

23 и 20 %. Следовательно, разработанная модель в основном адекватно описывает динамические процессы дробилки.

### Выводы

Выполненные экспериментальные исследования физической модели вибрационной щековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления доказали работоспособность такой конструктивной схемы дробилки и послужили основой для разработки математической модели.

Разработанная математическая модель виброщековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления обеспечивает корректное компьютерное моделирование процессов запуска, остановки, холостого хода и заклинивания щеки недробимым предметом. Использование математической модели на стадии проектирования позволит прогнозировать основные характеристики динамических процессов в режимах холостого хода, пуска, остановки, заклинивания верхней щеки недробимым предметом и выбирать рациональные параметры вибрационной щековой дробилки с горизонтальным расположением камеры дробления.

### Список литературы

1. Шишкин, Е.В. Динамика вибрационной щековой дробилки с учетом влияния технологической нагрузки / Е.В. Шишкин, А.Н. Сафронов // Обогащение руд. – 2016. – №6(36). – С. 39-43.
2. Shishkin, E.V. Dynamic analysis of a vibratory jaw crusher with inclined crushing chamber // Proceedings of International Conference on Mechanics – Seventh Polyakhov's Reading, 2-6 February 2015, Saint Petersburg. – St. Petersburg State University, IEEE, 2015. – Doi: 10.1109/POLYAKHOV.2015.7106775.
3. Шишкин, Е.В. Безударные колебания вибрационной щековой дробилки с наклонной камерой дробления / Е.В. Шишкин, О.А. Пугина, С.В. Казаков // Фундаментальные основы механики. – 2016. – №1. – С. 55-59.
4. Сафронов, А.Н. Реализация вибрационных эффектов в новой схеме щековой дробилки / А.Н. Сафронов, С.В. Казаков // Материалы международной конференции «Ресурсосбережение и охрана окружающей среды при обогащении и переработке минерального сырья» (Плаксинские чтения-2016), Санкт-Петербург, 26-30 сентября 2016. – М: АО «ИД «Руда и Металлы», 2016. – С. 63-65.
5. Panovko, G. On oscillations of a vibratory jaw crusher with asymmetric interaction of the

- jaws with the processed medium / G. Panovko, A. Shokhin, I. Lyan // *Vibroengineering PROCEDIA*. – 2019. – Vol.25. – P. 83-88.
6. Fidlin, A. On the averaging in strongly damped systems: The general approach and its application to asymptotic analysis of the Sommerfeld's effect / A. Fidlin, O. Drozdetskaya // *Book of Abstracts of IUTAM Symposium on Analytical Methods in Nonlinear Dynamics*, Frankfurt, Germany, July 6-9, 2015. – Frankfurt: Technische Universität Darmstadt, 2015. – P. 19-21.

**V.P. Kondrakhin /Dr. Sci. (Eng.), V.S. Novoseltsev**  
*Donetsk National Technical University (Donetsk)*

### MODELLING OF THE WORKING PROCESS OF THE VIBRO-JAW CRUSHER WITH A HORIZONTAL CRUSHING CHAMBER LOCATION

**Background.** *The main problem in the design of vibro-jaw crushers is the need to predict the main characteristics of dynamic processes in operating modes. The solution to this problem is possible through the development of mathematical models that allow simulating the processes of starting, stopping, idling and the process of jamming the jaws with an unbroken object. Similar models have been developed for vibro-jaw crushers with vertical and inclined crushing chambers. However, these models cannot be used for the design of advanced vibro-jaw crushers with a horizontal crushing chamber.*

**Materials and/or methods.** *When developing the design scheme and mathematical model, the assumption of linearity of the elastic and dissipative ties, absolute rigidity of the upper and lower jaws were adopted, oscillations in one plane considered and not taken into account dynamic properties of the motor unbalanced vibrator. Lagrange equations of the second kind were used to create differential equations of motion of a system with 4 degrees of freedom. Experimental studies were carried out on a physical model of a vibrating screen crusher with a horizontal location of the crushing chamber. The research method provided for the determination of dynamic characteristics and natural frequencies of the crusher, registration of dynamic processes in crusher units in the transition modes of starting and stopping, at idle and when crushing pieces of rock of different strength and sizes.*

**Results.** *For the first time, a calculated dynamic scheme and a mathematical model of the dynamics of a vibro-jaw crusher with a horizontal location of the crushing chamber developed taking into account the vibro-impact nature of the interaction of the jaws with absolutely rigid non-crushable obstacles. The error in modelling dynamic processes in the crusher does not exceed 23 %.*

**Conclusion.** *The developed mathematical model of a vibrating jaw crusher with a horizontal location of the crushing chamber provides a correct computer simulation of the processes of starting, stopping, idling and jamming the jaw with an unbroken object. Using a mathematical model at the design stage will allow predicting the main characteristics of dynamic processes and choose rational parameters of a vibro-jaw crusher with a horizontal location of the crushing chamber.*

**Keywords:** *mathematical model, dynamics, vibro-jaw crusher, horizontal chamber.*

#### Сведения об авторах

**В.П. Кондрахин**

SPIN-код: 9628-3575  
 Author ID: 6506839592  
 Телефон: +380 (71) 334-90-07  
 Эл. почта: vkondrakhin52@mail.ru

**В.С. Новосельцев**

Телефон: +380 (71) 340-22-76  
 Эл. почта: vetaln.n@gmail.com

*Статья поступила 07.03.2020 г.  
 © В.П. Кондрахин, В.С. Новосельцев, 2020  
 Рецензент д.т.н., проф. О.Е. Шабает*