

А.В. Корощенко /к.т.н./, Е.А. Журавель /к.т.н./
 ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет» (Донецк)

АНАЛИЗ И СРАВНЕНИЕ СПОСОБОВ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В работе проведен анализ способов аппроксимации характеристик нелинейных элементов методами наименьших квадратов, выбранных точек, линейной и сплайн-интерполяции. Проведено сравнение использования данных методов, а также проведена оценка качества преобразования функций при использовании четырех рассматриваемых способов аппроксимации.

Ключевые слова: нелинейный элемент, вольтамперная характеристика, аппроксимация характеристики, метод наименьших квадратов, метод выбранных точек, линейная интерполяция, сплайн-интерполяция.

Постановка проблемы

Все методы анализа и расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока используют вольтамперные характеристики резисторов, которые могут быть представлены таблицей или в виде графиков. При использовании аналитических методов расчета нелинейных электрических цепей прибегают к аппроксимации характеристик. От выбора способа аппроксимации характеристики зависит погрешность результатов расчета. Таким образом, правильный выбор способа аппроксимации является актуальным.

Анализ последних исследований и публикаций

Исходя из реально существующих резистивных элементов можно указать шесть видов типовых зависимостей вольтамперных характеристик:

- функция в зависимости от аргумента монотонно возрастает, причем наблюдается ее насыщение (темпы роста замедляются);
- функция монотонно возрастает, причем с ускорением;
- функция монотонно возрастает, но на отдельном участке наблюдается стабилизация функции;
- функция монотонно возрастает, но на отдельном участке наблюдается стабилизация аргумента (почти скачок функции);
- функция в целом возрастает, но на отдельном участке наблюдается снижение функции (участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением);
- функция в целом растет, но на отдельном участке наблюдается снижение аргумента при продолжении роста функции. Последняя характеристика является неоднозначной функцией аргумента.

Все вышеуказанные характеристики рассматриваются только в первом квадранте декартовой системы координат. Это обусловлено тем, что резисторы являются такими пассивными элементами, которые преобразуют электрическую энергию в тепловую, то есть мгновенная мощность, которую они потребляют, может быть только положительной. Значит, функция всегда положительна, если аргумент положительный, и она отрицательна, если аргумент отрицательный. Если возникает необходимость в использовании двух квадрантов, полную характеристику можно составить из двух частей.

Использование трансцендентных функций крайне ограничено по следующим причинам: использование только одной функции не позволяет аппроксимировать функции третьего, четвертого и пятого типов и, как правило, не дает достаточной точности, а использование комбинации нескольких функций приводит к значительным усложнениям при определении коэффициентов. Определение коэффициентов экспоненциального полинома (например, методом наименьших квадратов) не является простым заданием. Таким образом, наиболее приемлемой формой аппроксимации является применение степенного полинома. Эта функция универсальна, то есть при помощи степенного полинома можно аппроксимировать с достаточной точностью подавляющее большинство реально существующих характеристик; система уравнений для определения коэффициентов полинома оказывается алгебраической и решается достаточно просто. Универсальность функции дает эффект, когда возникает потребность преобразовать вольтамперную характеристику (зависимость напряжения от тока) в ампер-вольтную (зависимость тока от напряжения). Именно на таком преобразовании осно-

ваны методы расчета нелинейных цепей, которые рассматриваются ниже. Еще одной возможностью аппроксимации нелинейных характеристик является использование встроенных в математическую компьютерную систему Mathcad линейной и сплайновой интерполяций [1,4].

Цель (задачи) исследования

Целью настоящей работы является сравнение различных способов аппроксимации вольт-амперных характеристик, с точки зрения создаваемых ими погрешностей, и выработка рекомендаций по применению способов аппроксимации в зависимости от типа аппроксимируемой характеристики.

Основной материал исследования

На рис.1 приведены типы графиков реально существующих резистивных элементов. Если функцией (ординатой) считать напряжение, а аргументом (абсциссой) – ток, то зависимость первого типа характерна для диода в проводящем направлении, второй тип характерен для лампы накаливания с металлической нитью или диода в непроводящем направлении, третий тип соответствует кенотрону, четвертый – бареттеру, пятый – электрической дуге, шестой – туннельному диоду [1,2,6].

В случае аналитического представления нелинейных характеристик возможно использование степенного полинома $(y=a_0+a_1 \cdot x+a_2 \cdot x^2+a_3 \cdot x^3+...+a_n \cdot x^n)$ [2], экспоненциального полинома $(y=a_1 \cdot e^{b_1 \cdot x} + a_2 \cdot e^{b_2 \cdot x} + ... + a_n \cdot e^{b_n \cdot x})$, а также следующих трансцендентных функций [3]:

– для функций первого типа:

$$y = a \cdot \text{th}(\alpha x), y = a \cdot \text{arctg}(\alpha x), y = a \cdot \text{arsh}(\alpha x),$$

$$y = a^{(2n+1)} \sqrt{bx};$$

– для функций второго типа:

$$y = a \cdot \text{arth}(\alpha x), y = a \cdot \text{tg}(\alpha x), y = a \cdot \text{sh}(\alpha x),$$

$$y = a \cdot x^{2n+1}, y = a \cdot x^b \cdot e^{cx};$$

– для получения характеристик других типов при помощи трансцендентных функций используют их комбинации.

Для определения коэффициентов функции аппроксимирования (степенного полинома) предлагаются два метода [2,3,5] – метод выбранных точек и метод наименьших квадратов. Для этих методов характерно следующее: с увеличением количества точек, использованных при вычислении коэффициентов, точность аппроксимации

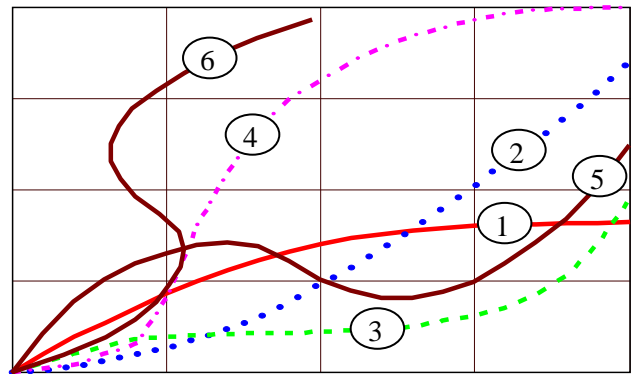


Рис. 1. Типы графиков резистивных элементов

возрастает. И, наоборот, с уменьшением количества слагаемых в формуле возрастает погрешность. В методе выбранных точек их количество должно равняться количеству слагаемых. Таким образом, если ограничиться, например, степенями до девятой включительно, количество точек составит всего десять. Метод наименьших квадратов может оперировать с любым количеством точек, то есть в этом компоненте он имеет преимущество. Однако при вычислении коэффициентов этим методом количество слагаемых может оказаться ограниченным, поскольку матрица коэффициентов при большом количестве слагаемых [7...9] становится сингулярной (вырожденной) или коэффициенты матрицы достигают слишком больших значений, вследствие чего ее обратная матрица не вычисляется. Здесь преимущество на стороне метода выбранных точек.

Методика линейной и сплайн-интерполяции, которая используется в системе Mathcad, является достаточно удобной в использовании, но она не дает формулы в явном виде, что может ограничить возможности анализа полученных результатов.

Любая аппроксимация используется для заранее заданного рабочего участка характеристики. Будем считать точность достаточной, если среднеквадратическое отклонение аппроксимированной функции от заданной по отношению к наибольшему значению функции на рабочем участке не превышает 5%. Причем расчет относительного среднеквадратического отклонения в методе наименьших квадратов выполняется для всех точек, координаты которых использованы при вычислении коэффициентов. В трех других методах, по определению, характеристика проходит через выбранные точки. Поэтому относительное среднеквадратическое отклонение вычисляется для точек посередине каждого отрезка между выбранными точками. При расчетах применяются следующие формулы [9]:

– метод наименьших квадратов:

$$k = 0 \dots m, \quad dX = \frac{X_m}{m}, \quad X_k = kdX, \quad Y_k = f(X_k),$$

$$i = 0 \dots n, \quad j = 0 \dots n, \quad A_{ij} = \sum_k (X_k)^{i+j},$$

$$B_i = \sum_k [Y_k (X_k)^i], \quad aa = A^{-1}B,$$

$$y(x) = \sum_{k=0}^m (x^k aa_k), \quad d = \frac{\sum_{k=0}^m (y(X_k) - f(X_k))^2}{m},$$

$$p = \frac{\sqrt{d}}{Y_m} 100,$$

где $m+1=21$ – количество использованных точек; X_m – максимальное значение аргумента на рабочем участке; dX – шаг изменения аргумента; n – наивысшая степень слагаемых функции аппроксимирования; X – вектор значений аргумента; Y – вектор соответствующих значений функции; расчет выполняется в циклах, переменными в которых являются i, j, k ; $f(x)$ – аналитическая функция, взятая в качестве истинной; aa – вектор коэффициентов функции аппроксимирования; $y(x)$ – функция аппроксимирования; \sqrt{d} – среднеквадратическое отклонение (дисперсия); p – относительное среднеквадратическое отклонение (погрешность аппроксимации), выраженное в процентах;

– метод выбранных точек:

$$i = 0 \dots 9, \quad j = 0 \dots 9, \quad dX = \frac{X_m}{9},$$

$$X_j = j \cdot dX, \quad Y_j = f(X_j)$$

$$A_{ij} = (X_i)^j, \quad aa = A^{-1}Y, \quad y(x) = \sum_{k=0}^9 (x^k aa_k),$$

$$d = \frac{\sum_{k=1}^m (y(0,5(X_k + X_{k-1})) - f(0,5(X_k + X_{k-1})))^2}{9},$$

$$p = \frac{\sqrt{d}}{Y_m} 100,$$

где количество использованных точек – 10; Y – вектор соответствующих значений функции; расчет выполняется в циклах, переменными в которых являются i, j ;

– метод линейной и сплайн-интерполяции:

$$k = 0 \dots m, \quad dX = \frac{X_m}{m}, \quad X_k = kdX, \quad Y_k = f(X_k);$$

$$s = pspline(X, Y), \quad y(x) = interp(s, X, Y, x),$$

(для линейной аппроксимации $y(x) = linterp(X, Y, x)$):

$$d = \frac{\sum_{k=1}^m (y(0,5(X_k + X_{k-1})) - f(0,5(X_k + X_{k-1})))^2}{9},$$

$$p = \frac{\sqrt{d}}{Y_m} 100,$$

где $m+1=21$ – количество использованных точек; Y – вектор соответствующих значений функции; расчет выполняется в цикле, переменной в котором является k ; $pspline(X, Y)$ – вектор значений коэффициентов квадратичного сплайна, s – вектор вторых производных, созданный функцией сопровождения; $interp(s, X, Y, x)$ – функция, аппроксимирующая данные векторов X и Y .

Выполним аппроксимацию характеристики первого типа. В качестве заданной, возьмем трансцендентную функцию $f(x) = a \cdot \text{th}(\alpha x) = 2 \cdot \text{th}(0,1x)$ (рис. 2). Вначале рассмотрим случай, когда точки берутся при условии равномерного шага аргумента x . Ограничимся девятой степенью характеристики аппроксимирования. Таким образом, для метода выбранных точек будем использовать 10 точек, а для остальных трех методов – 21 точку. Изменение наклона характеристики реализуется изменением максимального значения аргумента X_m . Результаты расчета сведены в табл. 1. В табл. 1 первый метод – метод наименьших квадратов, второй – метод выбранных точек, третий – метод сплайн-интерполяции, четвертый – линейная интерполяция.

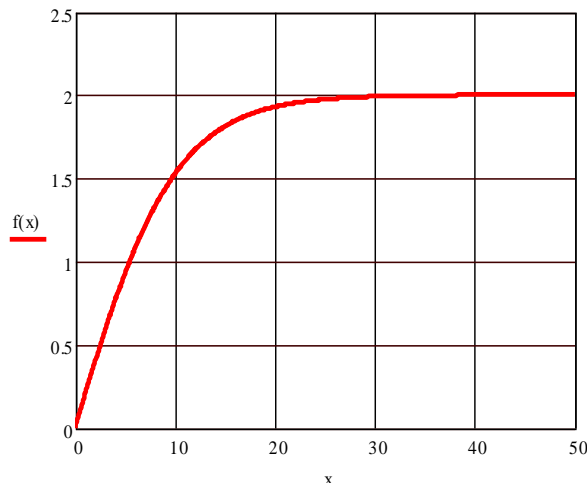


Рис. 2. Исследуемая зависимость: $f(x) = 2 \cdot \text{th}(0,1x)$

Для первого метода, помимо погрешности аппроксимирования, дополнительно определялась наивысшая степень слагаемых функции аппроксимирования n .

Как видим, наклон кривой незначительный, аппроксимирование всеми методами дает очень точные результаты. При увеличении насыщения функции погрешность растет, но остается в приемлемых границах (менее 1 %). При этом наиболее точным оказался метод выбранных точек.

Выполним те же расчеты при условии неравномерности шага изменения аргумента. Эту неравномерность будем оценивать как отношение наибольшего шага к наименьшему: $nr=dX_{\max}/dX_{\min}$. Неравномерность получим при условии равномерного шага изменения функции.

Изменение наклона характеристики реализуется изменением максимального значения функции Y_m .

Результаты расчета сведены в табл. 2. В табл. 2 первый метод – метод наименьших квадратов, второй – метод выбранных точек, третий – метод сплайн-интерполяции. Для первого метода, помимо погрешности аппроксимирования, дополнительно определялась наивысшая возможная степень слагаемых аппроксимирующей функции n .

Как видим из табл. 2, качество аппроксимации всеми методами зависит от неравномерности шага изменения аргумента, ухудшаясь с ро-

стом неравномерности. Но и в этих условиях погрешность остается незначительной.

Таким образом, в случае монотонной функции любая из рассмотренных аппроксимаций может быть использована.

Рассмотрим функцию пятого типа с участком с отрицательным дифференциальным сопротивлением при условии равномерного шага изменения аргумента. Формула для такой функции была получена путем комбинации трансцендентных функций (рис. 3):

$$f(x) = 40 \cdot \text{th}(0,08x) + 0,01 \cdot \text{sh}(0,5x) - 40 \cdot \text{tg}(0,05x).$$

При данных $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$ в методе наименьших квадратов получены следующие результаты аппроксимирования: $n=7$, $p=0,049\%$. В методе выбранных точек: $n=9$, $X_m=16$, $dX=1,778$, $p=6,89 \cdot 10^{-3}\%$. В методе сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$, $p=0,011\%$; при условии линейной интерполяции: $p=0,02\%$.

Таким образом, все четыре способа аппроксимации дают высокую точность для любой формы графика функции, как при равномерном шаге изменения аргумента, так и при достаточно большой неравномерности шага. По сравнению с другими, несколько худшие показатели у линейной аппроксимации.

Напоследок рассмотрим аппроксимацию функции при условии ее резкого увеличения на отдельном участке (четвертый тип графика, см. рис. 1). Этот график задан табл. 3.

Табл. 1. Сравнение методов аппроксимирования при условии равномерного шага аргумента

№	X_m	10	20	25	30	35	40	50
1	n	9	7	7	6	6	6	6
	$p, \%$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$3,11 \cdot 10^{-3}$	$8,69 \cdot 10^{-3}$	0,028	0,082	0,158	0,335
2	$p, \%$	$1,08 \cdot 10^{-6}$	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$6,12 \cdot 10^{-3}$	0,02	0,039	0,064
3	$p, \%$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$7,41 \cdot 10^{-3}$	0,014	0,024	0,038	0,055	0,105
4	$p, \%$	$2,05 \cdot 10^{-3}$	0,013	0,025	0,042	0,066	0,098	0,335

Табл. 2. Сравнение методов аппроксимирования при условии неравномерного шага аргумента

	Y_m	0,4	0,8	1,2	1,6	1,8	1,9	1,95
1	n	13	11	9	8	7	7	7
	nr	1,04	1,18	1,52	2,559	4,392	7,284	11,343
	$p, \%$	$2,37 \cdot 10^{-4}$	$6,71 \cdot 10^{-4}$	$3,07 \cdot 10^{-3}$	$8,63 \cdot 10^{-5}$	$1,34 \cdot 10^{-4}$	$7,03 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$
2	nr	1,037	1,166	1,473	2,347	3,724	5,619	7,96
	$p, \%$	$1,09 \cdot 10^{-9}$	$2,05 \cdot 10^{-9}$	$2,57 \cdot 10^{-7}$	$1,13 \cdot 10^{-5}$	$1,09 \cdot 10^{-3}$	0,016	0,118
3	nr	1,04	1,18	1,52	2,559	4,392	7,284	11,343
	$p, \%$	$1,16 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$7,56 \cdot 10^{-5}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$	$3,96 \cdot 10^{-3}$	0,014	0,039
4	nr	1,04	1,18	1,52	2,559	4,392	7,284	11,343
	$p, \%$	$1,45 \cdot 10^{-3}$	$6,4 \cdot 10^{-3}$	0,017	0,042	0,075	0,119	0,173

Табл. 3. Координаты точек функции четвертого типа

X	0	0,817	1,618	2,387	3,107	3,766	4,352	4,853	5,265	5,582	5,807
Y	0	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7
X	5,945	6,009	6,024	6,026	6,07	6,235	6,637	7,445	8,895	11,33	15,24
Y	7,7	8,4	9,1	9,8	10,5	11,2	11,9	12,6	13,3	14	14,7

При условии равномерного шага изменения функции (неравномерного шага аргумента) при данных $m=20$, $X_m=14$, $dX=0,7$ в методе наименьших квадратов получены следующие результаты аппроксимирования: $n=7$, $p=6,357\%$. В методе выбранных точек: $n=9$, $X_m=14$, $dX=1,556$, $p=2,5 \cdot 10^5\%$ (аппроксимация не состоялась). В методе сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=14$, $dX=0,7$, $p=0,01\%$; при условии линейной интерполяции: $p=0,02\%$.

В случае равномерного шага аргумента можно улучшить результаты аппроксимирования первыми двумя методами: метод наименьших квадратов: $n=8$, $p=4,615\%$; метод выбранных точек: $p=29,5\%$.

На рис. 4 показаны результаты последней аппроксимации.

Как видим из рис. 4, недопустимо аппроксимировать функции четвертого типа методом выбранных точек. Методы наименьших квадратов и сплайн-интерполяции также дают неудовлетворительные результаты. Наблюдаемое явление по своему происхождению может быть приравнено к эффекту Гиббса, когда скачкообразная функция (например, прямоугольные импульсы) раскладывается в ряд Фурье [7,8]. Использованные в разложении синусоидальные функции, по сути, не являются скачкообразными. Поэтому в местах перелома графика наблюдаются характерные выбросы даже при большом количестве составляющих. Здесь аналогично. Степенная функция имеет плавный характер. Поэтому в местах быстрого изменения функции наблюдаются значительные отклонения при аппроксимировании методами наименьших квадратов, сплайн-интерполяции и выбранных точек, где по определению используются степенные функции. Здесь к месту оказывается метод линейной аппроксимации, но только при условии большого количества точек.

Оценим качество преобразования функции $y(x)$ в $x(y)$ и обратно при использовании четырех рассматриваемых способов аппроксимации.

Сначала выполним этот переход по отношению к функции первого типа (см. рис. 1), которая преобразуется в функцию второго типа.

В качестве исследуемой функции возьмем функцию $y(x)=40 \cdot \text{th}(0,08x)$.

Обратная ей функция $x(y)=12,5 \cdot \text{arth}(0,025y)$.

Результаты аппроксимации прямой функции следующие.

Метод наименьших квадратов: $m=20$, $X_m=30$, $dX=1,5$, $n=6$, $p=0,00935\%$.

Метод выбранных точек: $n=9$, $X_m=30$, $dX=3,333$, $p=9,91 \cdot 10^{-4}\%$.

Метод сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=30$, $dX=1,5$, $n=6$, $p=0,012\%$.

Метод линейной интерполяции: $p=0,022\%$.

Обратная функция определялась через прямую функцию $f(x)$ в каждом методе с помощью массива точек – по массиву данных аргумента X с равномерным шагом dX при помощи функции $f(x)$ определялся соответствующий массив данных Y . Проверка выполнялась с использованием исходной функции $x(y)$.

Результаты аппроксимации обратной функции (при условии неравномерного шага изменения Y) следующие.

Метод наименьших квадратов: $m=20$, $X_m=30$, $dX=1,5$, $n=6$, $p=0,00931\%$.

Метод выбранных точек: $n=9$, $X_m=30$, $dX=3,333$, $p=6,499 \cdot 10^3\%$ (аппроксимация не состоялась).

Метод сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=30$, $dX=1,5$, $p=2,97 \cdot 10^{-3}\%$.

Метод линейной интерполяции: $p=4,0 \cdot 10^{-3}\%$.

Для метода выбранных точек пришлось пересчитывать массив данных, чтобы получить равномерный шаг изменения Y . После этого была получена следующая погрешность: $p=0,466\%$.

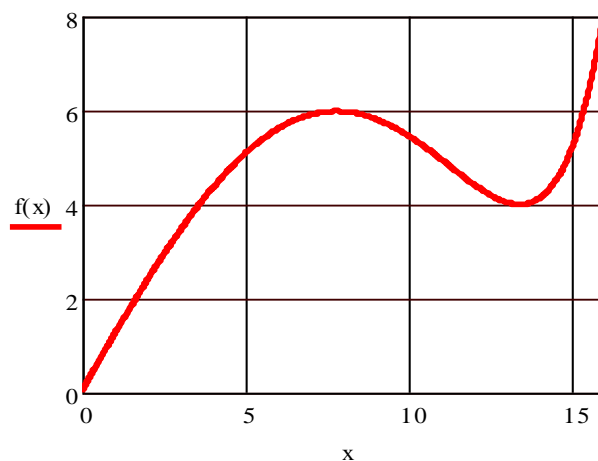


Рис. 3. Исследуемая зависимость:
 $f(x)=40 \cdot \text{th}(0,08x)+0,01 \cdot \text{sh}(0,5x)-40 \cdot \text{tg}(0,05x)$

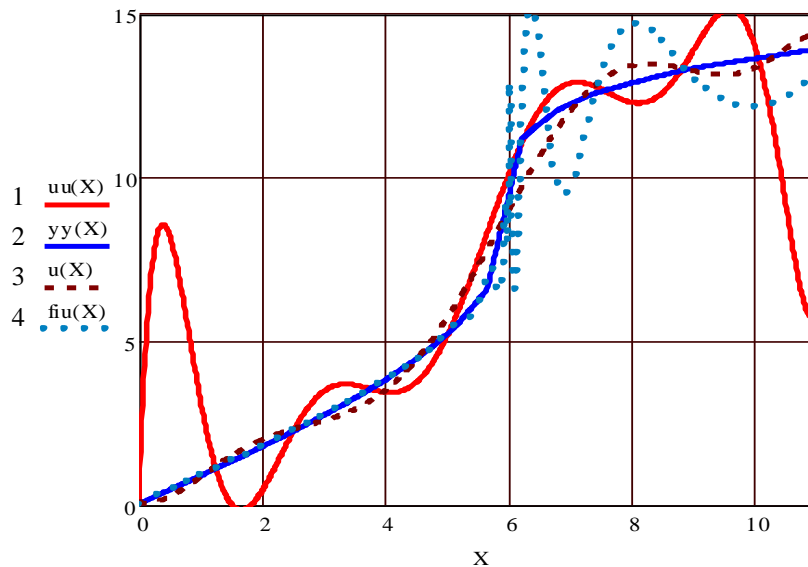


Рис. 4. Аппроксимация функции четвертого типа при условии равномерного шага аргумента следующими методами: 1 – выбранных точек; 2 – линейной интерполяции; 3 – наименьших квадратов; 4 – сплайн-интерполяции

Выполним такой же переход по отношению к функции третьего типа (см. рис. 1) как наиболее сложной с точки зрения аппроксимирования (функции пятого и шестого типов не являются однозначными и трансформации не подлежат). В качестве исследуемой функции возьмем функцию $y(x)=40 \cdot \text{th}(0,08x)-31 \cdot \text{tg}(0,05x)+0,01 \cdot \text{sh}(0,5x)$.

Результаты аппроксимации прямой функции следующие.

Метод наименьших квадратов: $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$, $n=6$, $p=0,102$ %.

Метод выбранных точек: $n=9$, $X_m=16$, $dX=1,778$, $p=3,2 \cdot 10^{-3}$ %.

Метод сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$, $n=6$, $p=5,066 \cdot 10^{-3}$ %.

Метод линейной интерполяции: $p=8,79 \cdot 10^{-3}$ %.

Результаты аппроксимации обратной функции по методу линейной интерполяции, погрешность которой мало зависит от вида характеристики, практически остались теми же. Результаты при условии неравномерного шага изменения Y следующие.

Метод наименьших квадратов: $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$, $n=7$, $p=3,049$ %.

Метод выбранных точек: $n=9$, $X_m=16$, $dX=1,778$, $p=2,689 \cdot 10^3$ % (аппроксимация не состоялась).

Метод сплайн-интерполяции: $m=20$, $X_m=16$, $dX=0,8$, $p=7,4 \cdot 10^{-3}$ %.

После пересчета массива данных для получения равномерного шага Y результаты улучшились.

Метод наименьших квадратов: $m=20$, $Y_m=17,226$, $dY=0,861$, $n=7$, $p=2,72$ %.

Метод выбранных точек: $n=9$, $Y_m=17,226$,

$dY=1,914$, $p=15,74$ % (аппроксимация неудовлетворительная).

Выводы

Наиболее пригодными для аппроксимации реальных вольтамперных характеристик резисторов можно считать четыре метода: метод наименьших квадратов и метод выбранных точек с использованием степенного полинома, линейная интерполяция и сплайн-интерполяция, встроенные в компьютерную систему Mathcad.

Если количество точек невелико (5...8), а характеристика по характеру несложная, для аппроксимации следует использовать метод выбранных точек и метод сплайн-интерполяции. При условии большого количества точек (20 и более) хорошие показатели у метода наименьших квадратов.

В случае характеристики типа 3...6 и большого количества точек лучше использовать метод линейной интерполяции.

Чтобы достичь наилучших результатов (наименьшей погрешности) во время аппроксимирования, следует использовать комбинацию рассмотренных методов. При преобразовании характеристики $y(x)$ в обратную характеристику $x(y)$ не следует использовать метод выбранных точек, а при использовании необходимо пересчитывать данные под равномерный шаг изменения Y . В случае достаточно простой функции (первого или второго типа) методы наименьших квадратов и выбранных точек лучше, чем интерполяционные методы Mathcad при аппроксимации прямой функции. Интерполяционные методы следует применять к обратным функциям.

Список литературы

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
2. Белецкий, А.Ф. Анализ нелинейных резистивных электрических цепей: Учебн. пособие для студентов специальностей 2305, 2306, 2307/ А.Ф. Белецкий, В.Ф. Дмитриков, Ю.И. Лыпарь. – Л.: ЛЭИС, 1990. – 30 с.
3. Филиппов, Е.С. Нелинейная электротехника / пер. с нем. под ред. канд. техн. наук А.Б.Тимофеева. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Энергия, 1976. – 496 с.
4. Кирьянов, Д.В. Самоучитель Mathcad 11. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 530 с.
5. Кушнир, В.Ф. Теория нелинейных электрических цепей / В.Ф. Кушнир, Б.А. Ферсман. – М.: Связь, 1974. – 384 с.
6. Матвиенко, В.А. Основы теории цепей: Учебное пособие для вузов. – Екатеринбург: УМЦ УПИ, 2016. – 162 с.
7. Бакалов, В.П. Основы теории цепей: Учебное пособие для вузов / В.П. Бакалов, В.Ф. Дмитриков, Б.И. Крук; под ред. В.П. Бакалова. – 4-е изд. – М.: Горячая линия-Телеком, 2013. – 596 с.
8. Потапов, Л.А. Основы теории цепей: Учебное пособие для академического бакалавриата. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2018. – 198 с.
9. Batty, M. Essential Engineering Mathematics [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://zums.ac.ir/files/research/site/ebooks/mathematics/essential-engineering-mathematics.pdf>

A.V. Koroshchenko /Cand. Sci. (Eng.)/, E.A. Zhuravel /Cand. Sci. (Eng.)/
Donetsk National Technical University (Donetsk)

**ANALYSIS AND COMPARISON OF METHODS FOR APPROXIMATING
 NONLINEAR ELEMENTS CHARACTERISTICS IN DC CIRCUITS**

Background. *The methods for approximation of characteristics of nonlinear elements by least squares, selected points, linear and spline interpolation analyzed in the paper. Made a comparison of the used methods and assessed the quality of the function $y(x)$ conversion into $x(y)$ when using four ways of approximation. Recommendations on the use of approximation methods depending on the type of the approximated characteristic given.*

Materials and/or methods. *Carried out the comparative analysis of four approximation methods for nonlinear current-voltage characteristics. The errors of these methods depending on the type of nonlinear characteristics determined.*

Results. *Shown that four methods of approximation can be used but the errors of the results of calculation of nonlinear circuits are strongly dependent on the type of the approximated current-voltage characteristic.*

Conclusion. *If the number of points is small (5...8) and the characteristic is simple, the method of selected points and the spline interpolation method should be used for approximation. In the condition of a large number of points (20 or more), the least squares method has good indicators. In the case of the characteristics of the type 3...6 and the number of large points, better used the linear interpolation method. When converting the function $y(x)$ to $x(y)$ you should not use the method of selected points. In the case of a simple function (of the first or second type), the least square methods of the selected points are better than the interpolation Mathcad methods of approximation of the direct function. The interpolation methods applied to inverse functions.*

Keywords: *nonlinear element, volt-ampere characteristic, approximation of characteristic, linear interpolation.*

Сведения об авторах

А.В. Корощенко

SPIN-код: 7871-5949
 Телефон: +380 (71) 355-09-59
 Эл. почта: korosh_aleks@mail.ru

Е.А. Журавель

SPIN-код: 3996-0795
 Телефон: +380 (71) 322-30-66
 Эл. почта: zhuravel.e.a@mail.ru

Статья поступила 27.04.2018 г.

*© А.В. Корощенко, Е.А. Журавель, 2018
 Рецензент д.т.н., доц. И.А. Бершадский*